Les Chroniques de Christophe Pineau, Senior Advisor, IEIF

CHRONIQUE N°7

Le modèle de Gordon-Shapiro en immobilier (2/4)

Nous avons montré dans la Chronique n°6 que la formule de Gordon-Shapiro nous permet d'écrire le rendement global (*rdg*) comme étant la somme du rendement locatif net de la période initiale ($rdln_1$) augmenté du taux de croissance du revenu locatif net (*g*) sous les hypothèses que ce taux de croissance locatif net soit strictement constant dans le temps et que nous disposons d'un horizon de placement infini.

$$rdln_1 = rdg - g \Leftrightarrow rdg = rdln_1 + g$$

L'hypothèse de constance stricte du taux de croissance du revenu

Afin de vous montrer la sensibilité du modèle à la constance stricte du taux de croissance *g*, je vais vous présenter les résultats d'un modèle simple mis en œuvre sur Excel.

Il repart de la formule générale du prix aujourd'hui qui est égal à la somme actualisée des revenus futurs (pour le détail, voir Chronique n°6) :

$$(1)\ P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{rvln_t}{(1+r)^t}$$

$$(2)\ P_0 = \frac{rvln_1}{(1+r)} + \frac{rvln_2}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{rvln_t}{(1+r)^t} + \cdots$$

Avec : P_0 : le prix aujourd'hui
$rvln_t$: le revenu net locatif pendant la période t
r : le taux d'actualisation

Et l'hypothèse :

$$(3)\ rvln_t = (1+g)^t . rvln_0$$

Avec : g : le taux de croissance constant du revenu

Appliquées pas à pas sur Excel, ces formules donnent le résultat suivant pour les hypothèses suivantes : $rvln_1$=10, g=3% et r=5%

Tableau 1

t	rvln	g	r	$(1+r)^t$	$rvln_t/(1+r)^t$	P_0 (g constant)
1	10,0		5%	1,05	9,52	9,52
2	10,3	3%	5%	1,10	9,34	18,87
3	10,6	3%	5%	1,16	9,16	28,03
4	10,9	3%	5%	1,22	8,99	37,02
5	11,3	3%	5%	1,28	8,82	45,84
6	11,6	3%	5%	1,34	8,65	54,49
7	11,9	3%	5%	1,41	8,49	62,98
8	12,3	3%	5%	1,48	8,32	71,30
9	...	...	...	...	...	...

Exemple de calcul de P_0 :
Pour t=2 : P_0 = 9,52 + 9,34 = 18,87 (aux arrondis prêts…)
Pour t=3 : P_0 = 9,52 + 9,34 + 9,16 = 18,87 + 9,34 = 28,03 (aux arrondis prêts…)

Après 100 itérations, pour t=100, on trouve P_0=426,92…
Après 250 itérations, pour t=250, on trouve P_0=495,91…

Vers quelle valeur exacte converge cette série ?

C'est très simple à calculer avec la formule de Gordon-Shapiro.

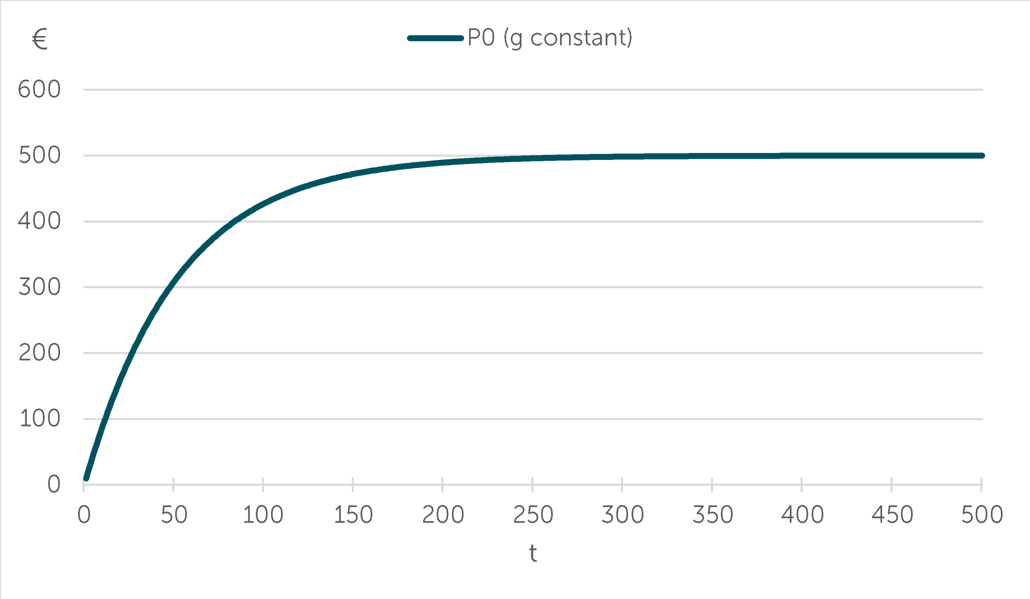
Depuis la Chronique n°6, nous savons que :

$$rdln_1 = rdg - g \Leftrightarrow rdln_1 = r + g \Leftrightarrow \frac{rvln_1}{P_0} = r + g$$

$$\Leftrightarrow \frac{rvln_1}{r + g} = P_0$$

Comme on connait le revenu locatif net initial ($rvln_1$), le taux d'actualisation (r) et le taux de croissance strictement constant du revenu locatif net (g) alors on connait le prix (P_0).

$$P_0 = \frac{rvln_1}{r + g} = \frac{10}{5\% - 3\%} = 500$$



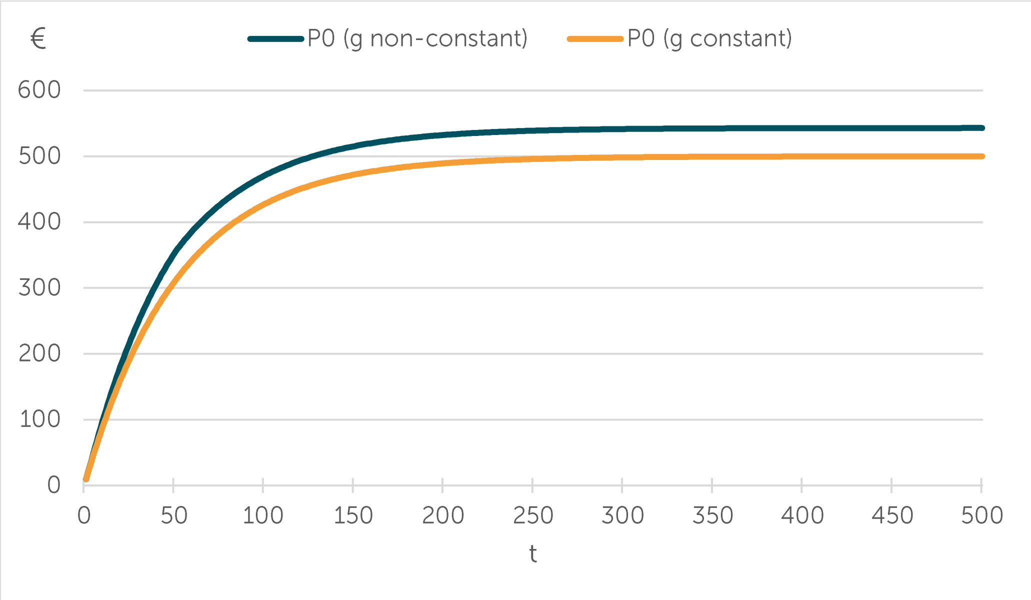
Qu’en est-il maintenant si je considère que le taux de croissance du revenu n’est pas strictement constant mais que sa moyenne arithmétique sur la période est la même, à savoir 3% ?

Pour cela, je vais modifier les 5 premiers taux de croissance des périodes 2 à 6 que je fais passer à 6% et les taux de croissance des 5 périodes entre 50 à 54 que je fais passer à 0%. Ainsi, la moyenne arithmétique du taux de croissance sur la période est conservée, elle est exactement de 3%.

Tableau 2

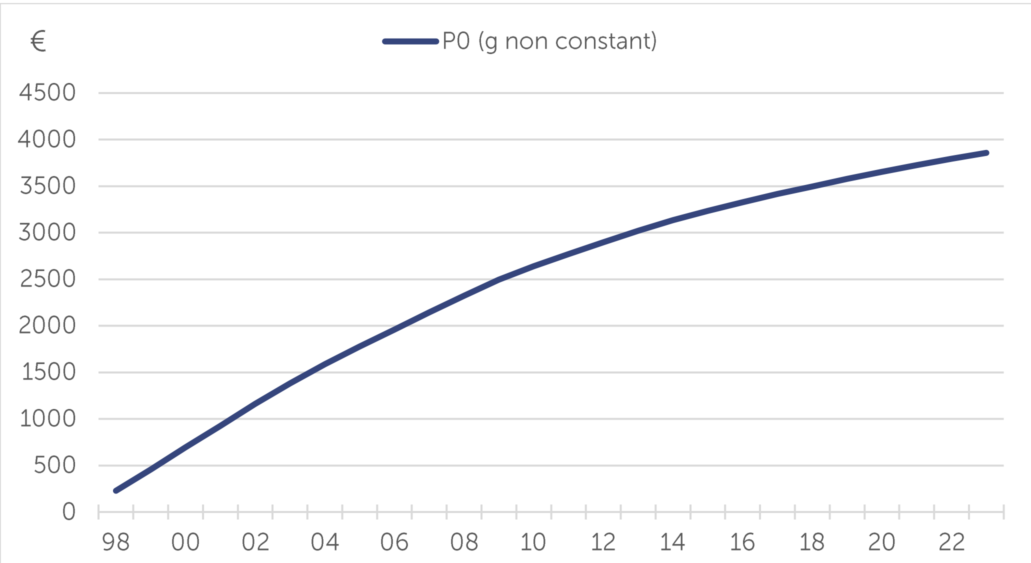
t	rvln	g	r	$(1+r)^t$	$rvln_t/(1+r)^t$	P_0
1	10,0		5%	1,05	9,52	9,52
2	10,6	6%	5%	1,10	9,61	19,14
3	11,2	6%	5%	1,16	9,71	28,84
4	11,9	6%	5%	1,22	9,80	38,64
5	12,6	6%	5%	1,28	9,89	48,53
6	13,4	6%	5%	1,34	9,99	58,52
7	13,8	3%	5%	1,41	9,80	68,32
8	…	…	…	…	…	…
49	…	…	…	…	…	…
50	47,7	0%	5%	11,47	4,16	352,02
51	47,7	0%	5%	12,04	3,96	355,99
52	47,7	0%	5%	12,64	3,77	359,76
53	47,7	0%	5%	13,27	3,59	363,35
54	47,7	0%	5%	13,94	3,42	366,77
55	49,1	3%	5%	14,64	3,36	370,13
56	…	…	…	…	…	…

Et bien, comme toute personne maitrisant les mathématiques financières le sait et comme vous pouvez le constater sur le graphique, le prix calculé par le second modèle converge vers une valeur différente de la première, vers 543 et non 500, soit une différence de presque 10%...



Par ailleurs, concernant la dynamique du revenu locatif net, comme nous sommes dans un contexte de suite géométrique et non arithmétique, afin d'être rigoureux, il faut utiliser la moyenne géométrique plutôt que la moyenne arithmétique.

Pour cela prenons un autre exemple, **à partir des données réelles du marché parisien et comparons-les avec les résultats découlant de l'utilisation de la moyenne géométrique.**



source : MSCI, calculs IEIF

Tableau 3

t	rvln/m²	g	rm	$(1+r)^t$	$rvln_t/(1+r)^t$	P_0
Dec 1998	228,16		8,16	1,00	228,16	228,16
Dec 1999	247,38	8,42	8,16	1,08	228,71	456,87
Dec 2000	276,33	11,70	8,16	1,17	236,20	693,08
Dec 2001	292,24	5,76	8,16	1,27	230,95	924,03
Dec 2002	325,94	11,53	8,16	1,37	238,15	1 162,18
…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…
Dec 2019	415,42	7,43	8,16	5,19	79,98	3 576,53
Dec 2020	434,08	4,49	8,16	5,62	77,27	3 653,79
Dec 2021	440,18	1,41	8,16	6,08	72,44	3 726,23
Dec 2022	437,51	-0,61	8,16	6,57	66,57	3 792,80
Dec 2023	458,93	4,90	8,16	7,11	64,56	3 857,36

Source MSCI, calculs IEIF

Avec : - rlvn/m² le revenu locatif net moyen par mètre carré du marché des bureaux parisiens selon les données de MSCI
- g le taux de croissance du revenu locatif,
- rm la moyenne géométrique du rendement global du marché des bureaux parisiens selon les données de MSCI

$$rm = \sqrt[T]{\prod_{t=0}^{T}(1+r_t)} - 1$$

Avec : rm : la moyenne géométrique du rendement global
r_t : le rendement global à la période t
T : le nombre total de périodes considérées pour calculer la moyenne

Si on revient au calcul du prix, on peut donc calculer pour chaque itération la valeur de P_0 associée. Ainsi, pour la donnée correspondant à décembre 2022, P_0 est égal à 3 857,36.

P_0 = 3 857,36 = 228,16 + 228,71 + … + 66,57 + 64,56

Qu'en est-il de cette valeur P_0 si j'utilise, non pas les séries réelles du revenu locatif et de son taux de croissance associé (tableau 3) mais celles découlant de l'application à chaque période du taux de croissance moyen géométrique (moyenne calculée entre décembre 1998 et décembre 2023) et de son revenu locatif associé (tableau 4) ?

La moyenne géométrique de g sur la période est de 2,83% c'est-à-dire que si je fais croître le revenu locatif net initial (228,16 euros) de 2,83% par an entre 1998 et 2023 alors je trouve 458,93 à la fin de la période, soit le revenu locatif net effectivement constaté de l'année 2023.

J'aboutis donc au même résultat dans mon calcul de revenu locatif si j'utilise le taux de croissance moyen sur la période ou si j'utilise la série de taux de croissance réel.

Mais qu'en est-il de la valeur de P_0 ?

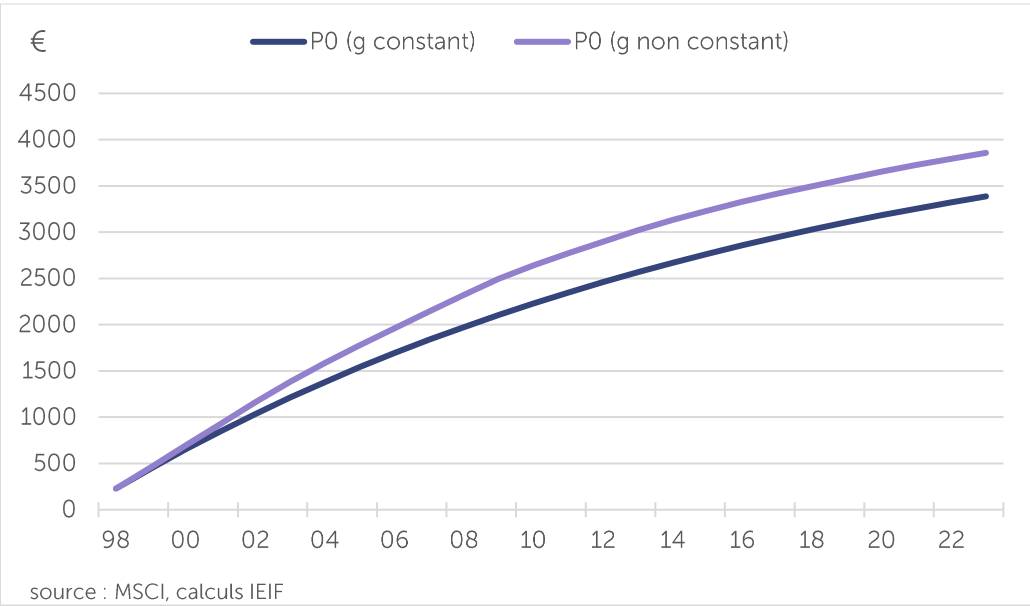
Dans le tableau 4 j'utilise la moyenne géométrique du taux de croissance (2,83%) appliquée au revenu locatif initial (228,16 euros), et je calcule P_0.

Tableau 4

t	rvln/m²	g	r	$(1+r)^t$	$rvln_t/(1+r)^t$	P_0
Dec 1998	228,16		8,16	1,00	228,16	228,16
Dec 1999	234,63	2,83	8,16	1,08	216,92	445,08
Dec 2000	241,28	2,83	8,16	1,17	206,24	651,33
Dec 2001	248,12	2,83	8,16	1,27	196,09	847,41
Dec 2002	255,15	2,83	8,16	1,37	186,43	1 033,84
…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…
Dec 2019	410,38	2,83	8,16	5,19	79,01	3 107,74
Dec 2020	422,01	2,83	8,16	5,62	75,12	3 182,85
Dec 2021	433,98	2,83	8,16	6,08	71,42	3 254,27
Dec 2022	446,28	2,83	8,16	6,57	67,90	3 322,18
Dec 2023	458,93	2,83	8,16	7,11	64,56	3 386,73

Source MSCI, calculs IEIF

Je trouve que P_0 est maintenant de 3 386,73 contre 3 857,36 auparavant soit une différence de plus de 10%…



Le modèle des revenus actualisés est très sensible à la séquence réelle des revenus locatifs et pas seulement à son taux de croissance arithmétique ou géométrique moyen.

En conséquence, le modèle de Gordon-Shapiro pose problème car son hypothèse simplificatrice de constance de la croissance des revenus n'est ni réaliste, ni neutre.

Ces chroniques sont directement liées à mon activité de recherche à l'IEIF, un centre d'études, recherche et de prospective en immobilier. J'y mène des travaux sur la modélisation des grandes variables immobilières.
Pour les moins familiers de l'analyse immobilière, ces chroniques peuvent constituer une source d'information et une base de connaissances. Pour les experts du domaine, elles ont pour but de lancer des discussions et des échanges sur les différents sujets que j'aborde.
Certaines chroniques s'appuieront sur des éléments connus et maîtrisés, d'autres traiteront d'éléments de recherche et présenteront certains résultats de mes travaux.